

Analisi critica degli “specchi ustori” di Archimede

(ΔΟΣ ΜΟΙ ΠΟΥ ΣΤΩ ΚΑΙ ΚΙΝΩ ΤΗΝ ΓΗΝ)

Da quanto detto fin qui sembra di poter asserire che, storicamente, non si ha alcuna prova certa dell'impiego da parte di Archimede degli specchi ustori per uso bellico contro la flotta di Marcello nell'assedio di Siracusa del 212 a.C.

Gli storici più accreditati¹ che parlano della seconda guerra punica, e dei personaggi ad essa connessi, non menzionano mai l'uso di questa macchina bellica e non certo per nascondere un affronto che i romani ne avrebbero ricevuto; sono infatti descritti altri marchingegni che inflissero ai romani notevoli perdite e si percepisce, nelle loro storie, una sorta di ammirazione per il genio di Archimede, cui riconoscono tutta l'inventiva della quale era capace.

Probabilmente una serie di circostanze ed equivoci scientifici sono stati, in seguito, alla base della leggenda degli specchi ustori: innanzitutto Archimede, come altri matematici dell'epoca, portava avanti i nuovi studi sulle coniche e sulle loro proprietà “ustorie” collegate alle loro proprietà geometriche, così che, per esempio nel medioevo, si confondeva la dizione “*speculi ustorii*” con la dizione “*sezioni coniche*”. L'ottica, indubbiamente, è nata e si è sviluppata a seguito della geometria.

Lo studio dei cosiddetti specchi ustori, dal solo punto di vista geometrico e matematico, è una conferma degli interessi della scienza del mondo antico che però rifuggiva, ritenendola mortificante, da qualsiasi applicazione pratica utile, diremmo oggi ingegneristica.

Probabilmente, nel famoso assedio di Siracusa, si sarà fatto ricorso al fuoco, come arma di difesa, con lanci di sostanze incendiarie mediante catapulte, o semplicemente frecce; è possibile che la narrazione dell'uso del fuoco tramite questi mezzi si sia spontaneamente ingigantita e modificata in quella degli specchi ustori, per un desiderio di perpetuare ed esaltare il genio archimedeo.

¹ Polibio, Livio e Plutarco

Volendo, infatti, dare credito storico all’impresa degli specchi ustori siamo costretti a risalire con le fonti non oltre il 2° sec. d.C. (400 anni dopo i fatti), recuperando per di più, delle opere originarie oggi perdute, le trascrizioni (od interpretazioni) di altri storici di epoche seguenti. Un aiuto insignificante, per la sua scarsa valenza scientifica, per quanto riguarda il mondo classico, ci viene da varie citazioni letterarie o poetiche (Luciano, Galeno, Valerio Massimo, etc.), .

Le testimonianze successive al periodo classico, da Antemio di Tralle (sec. V - VI d.C.) in poi, sono infine troppo lontane dai fatti e troppo influenzate dalla nomea di grande scienziato e di “*magico*” attribuita ad Archimede; nomea nata e coltivata principalmente in epoca medioevale.

Il fatto comunque di non poter dare all’impresa di Archimede il sigillo di “storicità” non la relega automaticamente nel mondo dell’impossibile o del fantastico. “*Non vero*”, in questo caso, vuol dire semplicemente “*non provato storicamente*”.

Come vedremo, l’utilizzo degli specchi ustori da parte di Archimede, pur non essendo storicamente provato, ha una forte connotazione di verosimiglianza e di fattibilità per essere state le relative basi scientifiche e tecnologiche sicuramente già note ed alla portata del grande scienziato siracusano.

Le domande cui tenteremo di rispondere sono le seguenti:

- Dove e quando Archimede avrebbe potuto utilizzare i suoi specchi ustori?
- Che tipo di dispositivo ottico avrebbe potuto utilizzare?
- Che tipo di danno avrebbe potuto causare alla flotta di Marcello?

Per rispondere alle precedenti domande utilizzeremo alcune notizie sia storiche che pseudostoriche, purché ragionevolmente ammissibili, come la localizzazione del luogo dell’attacco navale, la composizione della flotta di Marcello, e le distanze in gioco.

Ipotizzeremo invece a nostro arbitrio la data, l’orario e le situazioni meteorologiche presenti al momento dei fatti, scegliendo una serena giornata attorno al solstizio d’estate (21 giugno) e le ore attorno al mezzogiorno solare (circa dalle ore 10 alle ore 14).

Secondo il racconto di Livio e di Polibio gli attacchi navali della flotta di Marcello sarebbero avvenuti (almeno due) sul tratto di mare a nord dell'isola di Ortigia, nel quartiere di Acradina, dove le mura dionigiane costeggiano il mare, ed esattamente, come dice Polibio (Storia universale – 8.3.2), in corrispondenza del “portico dei calzolai” (Σκυτικην στοαν).

Gli attacchi via terra si svolsero, invece, lungo le mura nel loro tratto settentrionale, e furono quelli, alla fine, a far capitolare la città.



Fig. 27 – Fotografia aere di Siracusa con la ricostruzione del perimetro delle mura dionigiane

Alcuni archeologi avrebbero individuato il “portico dei calzolai” lungo le mura prospicienti il mare, in corrispondenza dell’odierna via Arsenale. E’ ragionevole supporre che la flotta di Marcello non osasse avventurarsi all’interno dei due porti di Siracusa per l’evidente vulnerabilità delle navi costrette a manovrare in spazi ristretti.



Fig. 28 – Fotografia dell’attuale Siracusa (dal mare versante EST) con l’individuazione del porto piccolo (freccia di sin.) e del punto presunto di attacco della flotta di Marcello (freccia di des.)

Nella fotografia dell’odierna costa settentrionale di Siracusa (fig.28) è riportata, in corrispondenza della freccia di destra la zona di Acradina prospiciente il mare, ed in corrispondenza della freccia di sinistra l’imboccatura del porto piccolo.

Per quanto riguarda la distanza dalla quale Archimede avrebbe sferrato il leggendario attacco “solare” contro le navi, l’unico suggerimento ci viene dalla trascrizione di Tzetzes dell’opera di Dione Cassio, dove si parla di una distanza “*ad un tiro d’arco*”. Nella ricostruzione seguente adotteremo una distanza di circa 100 metri che, come vedremo, rappresenta già una misura foriera di notevoli difficoltà per la focalizzazione ottica di un dispositivo a riflessione.

Releghiamo al mondo dell’impossibile la tradizione, ancora presente a Siracusa nei racconti di qualche guida turistica, che vorrebbe Archimede con i suoi specchi sugli spalti del Castello Eurialo, all’estremità occidentale delle mura, contro la flotta di Marcello ormeggiata a Nord, nell’attuale baia di S. Panagia, distante in linea d’aria qualche chilometro.

Tenendo quindi presente una distanza focale di 100 metri, e rimanendo nel campo dei dispositivi ottici a riflessione, dobbiamo innanzitutto dirimere la questione dell’individuazione del tipo di specchio più idoneo e teoricamente utilizzabile.

Archimede avrebbe infatti potuto utilizzare uno dei seguenti dispositivi ottici:

- Specchio concavo (di sagoma parabolica o sferica), con piano di troncatura normale all’asse di simmetria, cioè un solido di rivoluzione comprendente il suo vertice.
- Porzione di specchio concavo, come sopra, ma con piano di troncatura obliquo tale da escludere il vertice del solido originario.
- Specchio composito formato da vari elementi piani ed indipendenti.

Il primo tipo, fatte le debite proporzioni con le distanze focali, è quello che nella tecnica solare attuale, per usi energetici, viene chiamato “solar dish”, ed è indifferente che la sua superficie riflettente sia continua od approssimata con porzioni elementari di piani.

Il secondo tipo, ottenuto da un solido di rivoluzione con una sua porzione troncata da un piano obliquo, è utilizzato, invece, quando si voglia far sì che il fuoco geometrico non appartenga ad alcuna retta sole-specchio, pur essendo quest’ultima direzione parallela all’asse geometrico del solido originario dal quale si è ricavata la porzione riflettente.

Infine il tipo composito da specchi piani, singoli ed indipendenti, è simile a quello utilizzato nella tecnologia delle fornaci solari e nei campi di eliostati per impianti termoelettrici a torre.

Come ordine di grandezza, anticipando i risultati del suo dimensionamento, uno specchio del genere, per un obiettivo posto a 100 metri e con le condizioni geografiche e meteorologiche del sito, dovrà avere una superficie di qualche decina di m², corrispondenti, nel caso di un paraboloide completo, ad un raggio di apertura di un paio di metri.

Rammentiamo che, con i parametri conseguenti ad un fuoco di 100 metri, un paraboloide ed una sfera sono praticamente indistinguibili, fino a dimensioni di troncatura dell’ordine dei metri. Una porzione di paraboloide, che contenga il suo vertice, troncata con una circonferenza il cui raggio sia, per esempio, di 2 metri presenta nel punto peggiore, il più distante dall’asse ottico, un raggio di curvatura² di

² Si chiama “raggio di curvatura” di una curva, il rapporto, per ogni suo punto, fra la variazione infinitesima della lunghezza dell’arco e la variazione infinitesima angolare della rispettiva tangente. La

200,03 metri, praticamente identico a quello (200,00 metri) di una porzione di sfera, con fuoco 100 metri ed identica circonferenza di troncatura. Le nostre considerazioni quindi proseguiranno sulla fattibilità di un eventuale specchio concavo indifferentemente sferico o parabolico, con evidenti semplificazioni teoriche.

Anche dal punto di vista del comportamento ottico è lecito approssimare il paraboloide alla sfera, in quanto, visto l'esiguo angolo al centro che sottende la porzione di specchio ($1,14^\circ$, per uno specchio con fuoco 100 metri e troncato con circonferenza di 2 metri di raggio), tutti i raggi solari sono vicinissimi all'asse ottico e pertanto possono essere usate, per lo specchio sferico, le formule dell'ottica che, per sorgente all'infinito (il sole), trascurano ogni fenomeno di aberrazione geometrica ponendo il fuoco a metà lunghezza del raggio, coincidente quindi con il fuoco del paraboloide di partenza.

Si reputa molto improbabile che, ai tempi di Archimede, potesse essere realizzata una superficie continua del genere di quella sopra descritta. Lo specchio avrebbe avuto bisogno di un raggio di curvatura di circa 200 metri, e già Leonardo da Vinci, come abbiamo visto, era in difficoltà nel costruire macchine capaci di lavorare specchi con curvatura dell'ordine delle decine di metri. Se si approssima la superficie con numerosi specchi piani tangenti, la stessa difficoltà si ripresenta sotto forma di realizzazione e controllo di angoli piccolissimi.

Uno specchio del genere (con una forma, più o meno chiusa, data dal fuoco richiesto, ed una dimensione di troncatura imposta dal bilancio energetico) presenta una profondità, cioè una distanza fra piano di troncatura e vertice, dell'ordine dei mm, come dimostrato nel disegno seguente (fig. 29).

In percentuale si tratta di una lavorazione con precisione richiesta dello 0,5 %, e tale precisione diventa inoltre più stringente qualora si optasse per più specchi di minore apertura ciascuno. Le stesse difficoltà si avrebbero anche con specchi concavi realizzati con segmenti piani trapezoidali ed opportunamente inclinati.

circonferenza presenta, in ogni punto, raggio di curvatura costante, il comune raggio; la parabola, allontanandosi dal suo vertice presenta raggi di curvatura crescenti.

A titolo didattico diamo comunque un'idea di un eventuale specchio parabolico, secondo le dimensioni risultanti da un bilancio termico che per brevità omettiamo³. Il suo raggio di troncatura è di 2 metri ed il rapporto di concentrazione solare di 18,4. Da notare nella figura 29 che la scala delle ordinate è amplificata, rispetto alle ascisse, di un fattore 100.

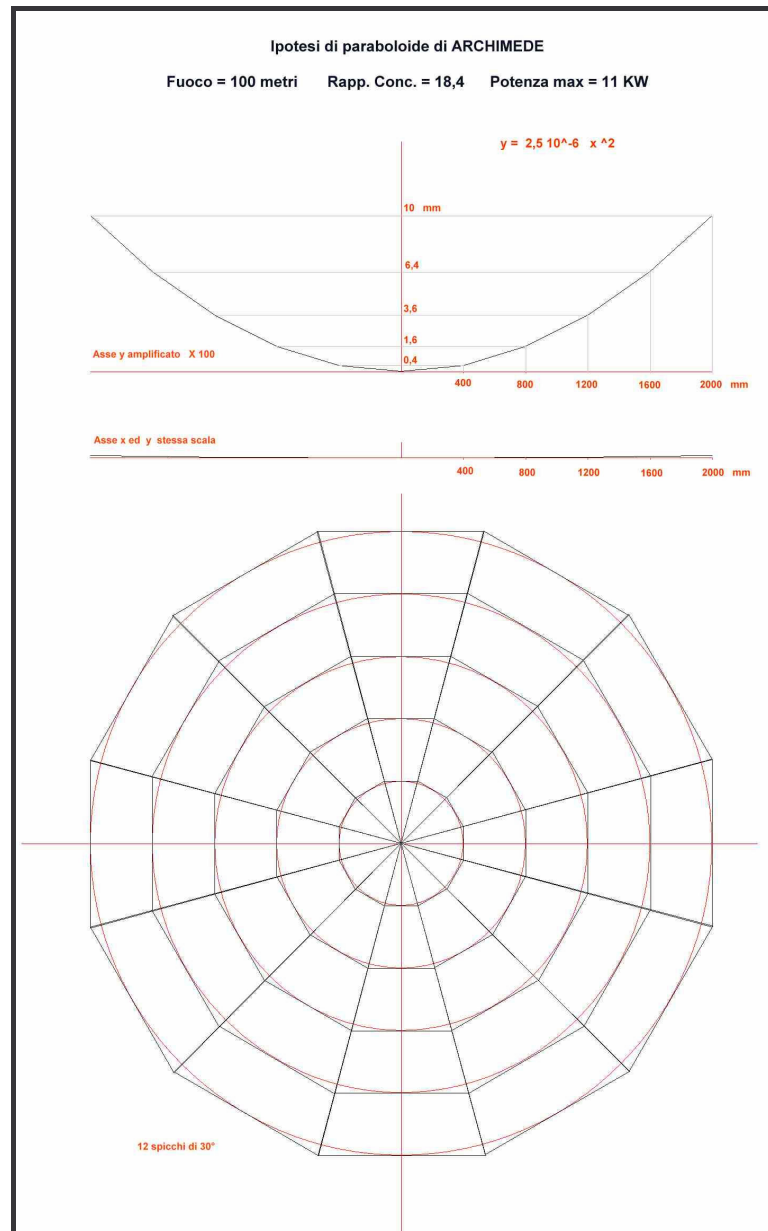


Fig. 29 – Ipotetico paraboloide con fuoco di 100 metri e di dimensione energeticamente soddisfacente l'impresa degli specchi ustori

³ Come sarà chiaro in seguito, non riteniamo plausibile l'impiego di uno specchio concavo, ragion per cui i calcoli termodinamici ed il preciso dimensionamento del dispositivo ottico, lasciano il tempo che trovano.

Un dispositivo unico, come quello sopra ipotizzato, se realizzato con lastre di materiale metallico (rame, bronzo) lucidato, con spessore delle stesse di circa 2 - 3 cm, arriverebbe a pesare (la sola superficie specchiante) circa 3 tonnellate con evidenti difficoltà di movimentazione.

Comunque, oltre alle già citate difficoltà tecnologiche di realizzazione, considerazioni più semplicemente di carattere ottico e geometrico precludono l'uso, per la finalità ipotizzata, di specchi concavi di tali caratteristiche

Infatti uno specchio parabolico tridimensionale, ma anche sferico che approssimi il comportamento del primo, abbisogna di un orientamento solare su due assi al fine di formare un'immagine sul suo piano focale; la normale al piano di troncatura dello specchio e passante per il suo vertice, cioè l'asse ottico dello specchio, deve essere orientato esattamente verso il sole, e sullo stesso asse giace il suo punto focale. Un dispositivo del genere, con sole alto sull'orizzonte di un angolo non nullo, potrebbe solamente incendiare un oggetto che evidentemente sia anch'esso alto sull'orizzonte⁴.

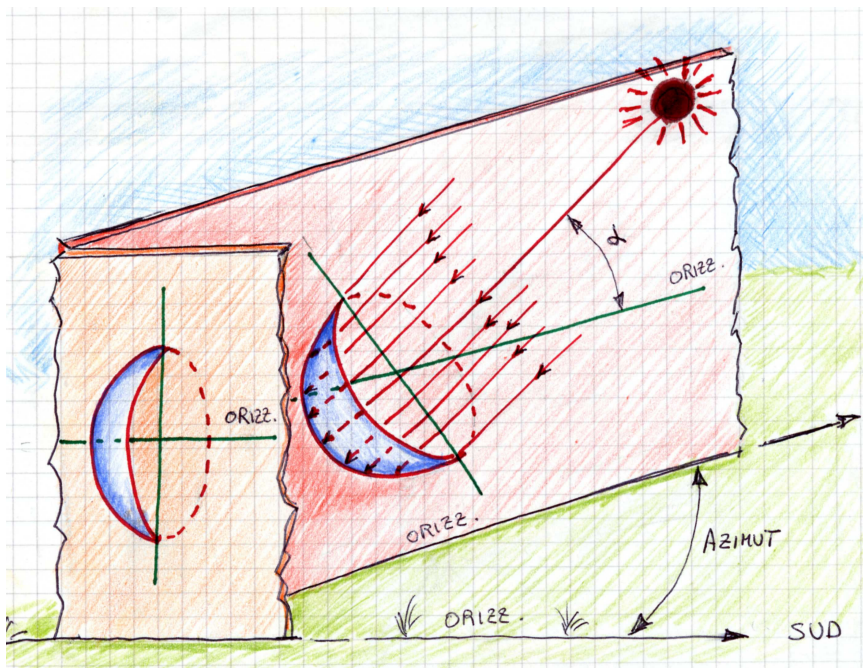


Fig. 30 – Movimenti zenitali e di elevazione di un generico paraboloide

⁴ Per esempio un uccello che si trovasse a volare in cielo, allineato fra sole e specchio, ad una distanza da quest'ultimo esattamente 100 metri.

Qualunque spostamento (anche solo dell'angolo α di inclinazione, mantenendo nulla la differenza azimutale sole/specchio), per cercare di focalizzare verso un obiettivo più basso della direzione solare, porta, nel caso del paraboloide e della sfera, anche ipotizzando il sole come un punto geometrico, alla formazione di un involuppo dei raggi riflessi sotto forma di “caustiche”, figure descritte più avanti. In definitiva una direzione dei raggi solari non parallela all'asse ottico fa sì che essi non si concentrino in un unico punto, vuoi per le proprietà della parabola, vuoi per l'esaltarsi delle aberrazioni geometriche nel caso degli specchi sferici.

Nel caso di specchio sferico, nella figura seguente (fig.31) è indicato il percorso dei raggi paralleli all'asse ottico (linee rosse) ed il caso di un percorso obliquo (raggi verdi). Le dimensioni in apertura dello specchio sono volutamente esaltate (28° contro $1,14^\circ$) per visualizzare meglio il fenomeno. Il disegno rappresenta una sezione meridiana di uno specchio tridimensionale, con orientamento azimutale uguale all'angolo azimutale solare, quindi con la precisazione che il percorso sole – specchio giaccia sempre su un piano verticale.

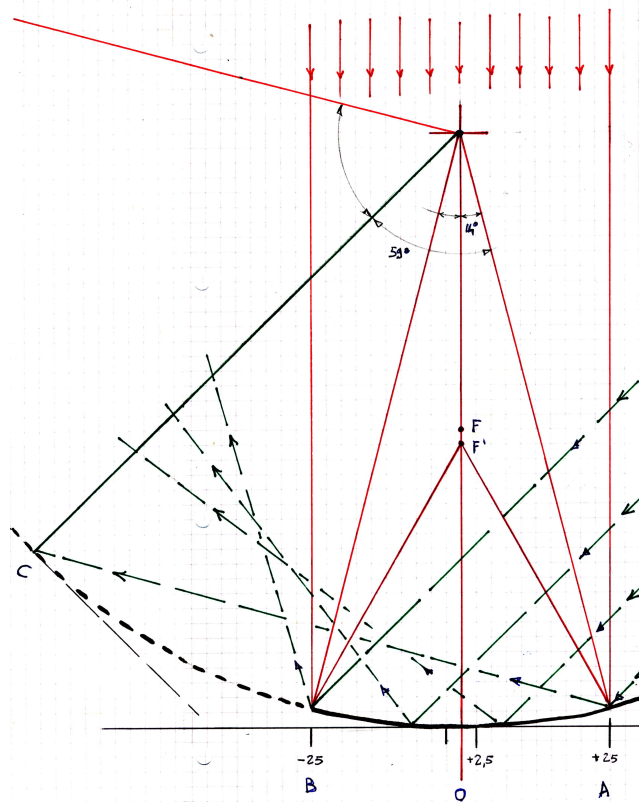


Fig. 31 – Dimostrazione dell'effetto delle aberrazioni geometriche in uno specchio sferico

Nel caso dei raggi paralleli all'asse ottico nasce la differenza fra fuoco teorico e fuoco reale (rispettivamente punti F ed F') che tende a zero al diminuire del raggio di apertura dello specchio. Con una inclinazione dei raggi solari essi non si focalizzeranno su un unico punto ma andranno a formare una figura (caustica) la cui sezione sul piano del disegno è un'epicicloide.

Infatti, con la disposizione dei raggi obliqui (verdi) è come se ci si trovasse in presenza di uno specchio con asse ottico non più costituito dal raggio passante per O, ma dal raggio passante per il punto C, e pertanto l'apertura dello specchio sferico da considerare aumenterebbe notevolmente, passando, nell'esempio della figura, dagli iniziali 28° ($14^\circ \times 2$) agli attuali 118° ($59^\circ \times 2$) con esaltazione delle aberrazioni geometriche.

Il tutto è stato descritto nel caso di soli raggi solari paralleli fra di loro; in effetti ciascun punto della superficie specchiante è colpito (per le dimensioni apparenti del disco solare) da un insieme di raggi formanti un cono con angolo di apertura di circa mezzo grado. Questi raggi, presentando direzioni fra di loro mai parallele, contribuiscono a creare una caustica di dispersione anche nel caso di specchio perfettamente centrato su due assi, o, a maggior ragione, ad accentuare quella che nasce per direzione solare inclinata.

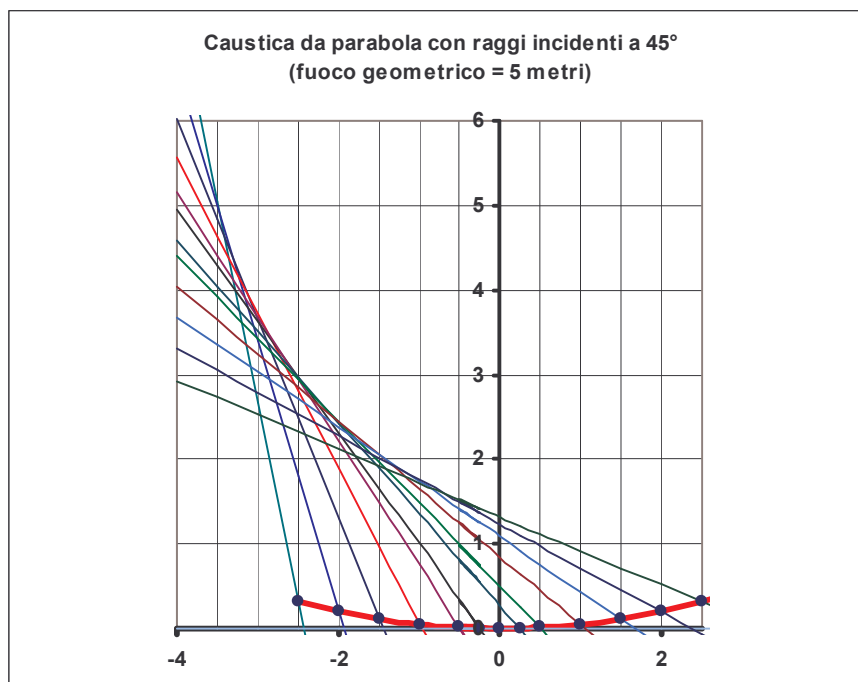


Fig. 32 – Aberrazioni geometriche in uno specchio parabolico con raggi incidenti non paralleli all'asse di simmetria

Similmente si origina una caustica con l'impiego di uno specchio geometricamente con sezione parabolica. Nella figura 32, con le stesse dimensioni geometriche del caso precedente, è stato svolto il calcolo rigoroso della riflessione di un fascio di raggi che, con differenze azimutali nulle, presentano però una inclinazione di incidenza sul piano di troncatura.

Per sopperire al fatto di non poter inclinare lo specchio concavo in altre direzioni che non siano quelle del sole, si potrebbe pensare di utilizzare solamente una porzione del solido di rivoluzione, correttamente orientato verso il sole.

In tal caso lo specchio non sarebbe più una figura simmetrica rispetto al suo vertice o al suo asse geometrico, ma variamente formato a seconda della geometria della situazione.

Nella sottostante figura 33 (il paraboloide non è correttamente in scala) è schematizzato il caso di un obiettivo (F) posto verticalmente alla stessa quota del punto di posizionamento (A) della macchina ustoria. Il sole abbia un certo angolo di altezza sull'orizzonte e la sua posizione azimutale coincida con l'azimut dello specchio.

In tal caso il paraboloide (il solido completo, ideale) presenterà un inseguimento solare completo, e di esso si utilizzerà solamente una porzione (A B) che giaccia a partire dalla stessa quota dell'obiettivo.

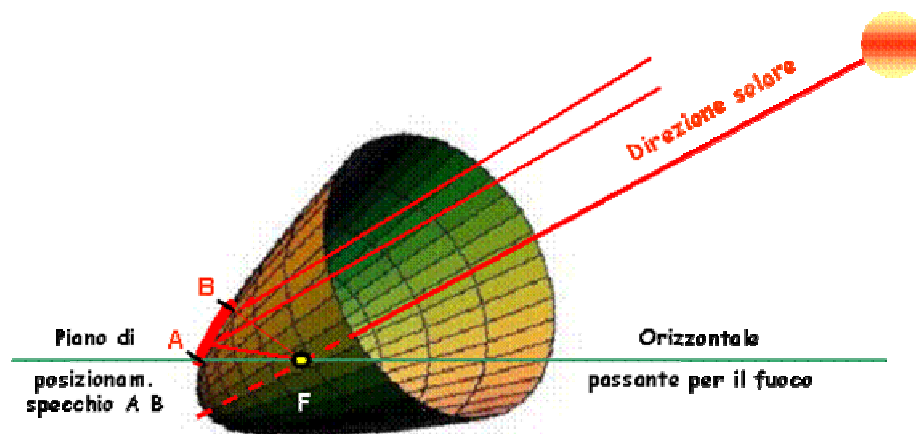


Fig. 33 – Utilizzo di una porzione asimmetrica di specchio parabolico

Una sezione meridiana del caso sopra esposto è nella seguente figura 34, dove gli assi in rosso sono gli assi propri della parabola, ruotati con centro di rotazione F, di un angolo α uguale all’altezza solare.

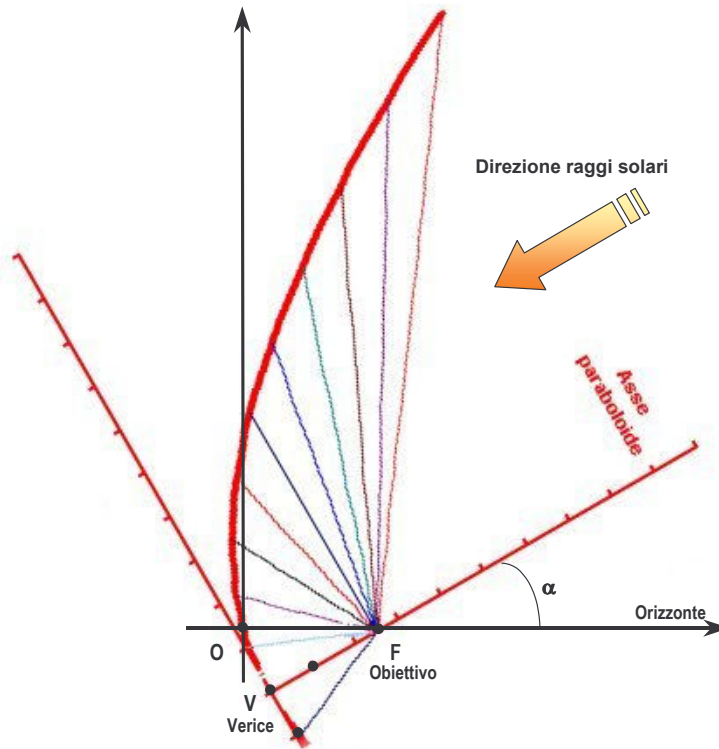


Fig. 34 – Sezione meridiana del caso di cui alla figura 33 (obiettivo e specchio alla stessa quota altimetrica)

Nel caso più specificatamente riferito all’eventuale avventura di Archimede, prendendo una parabola di fuoco 100 metri, ed una altezza solare di 60° (ad esempio), ponendo obiettivo e specchio (almeno il suo bordo inferiore) alla stessa quota, si ottiene che occorre una fetta del paraboloide tagliata in corrispondenza dell’ascissa di valore 115 – 125 m circa.

In questa situazione, rispetto al caso del paraboloide completo, le difficoltà tecnologiche aumentano notevolmente, per i seguenti motivi:

- Il raggio di curvatura, in quella zona del paraboloide è di oltre 300 metri, contro i 200 nella zona del vertice, già ritenuti di difficile realizzazione.
- La superficie totale riflettente (o meglio del piano di troncatura della porzione di solido) dovrà essere notevolmente maggiore del caso precedente, a parità di energia solare captata, per effetto della legge del coseno.
- E' plausibile ritenere, infine, che la postazione di Archimede fosse altimetricamente più alta di quella dell'obiettivo, complicando ulteriormente la faccenda perché allontanandoci dal vertice la superficie utile specchiante avrà raggi di curvatura ed estensione sempre maggiori.

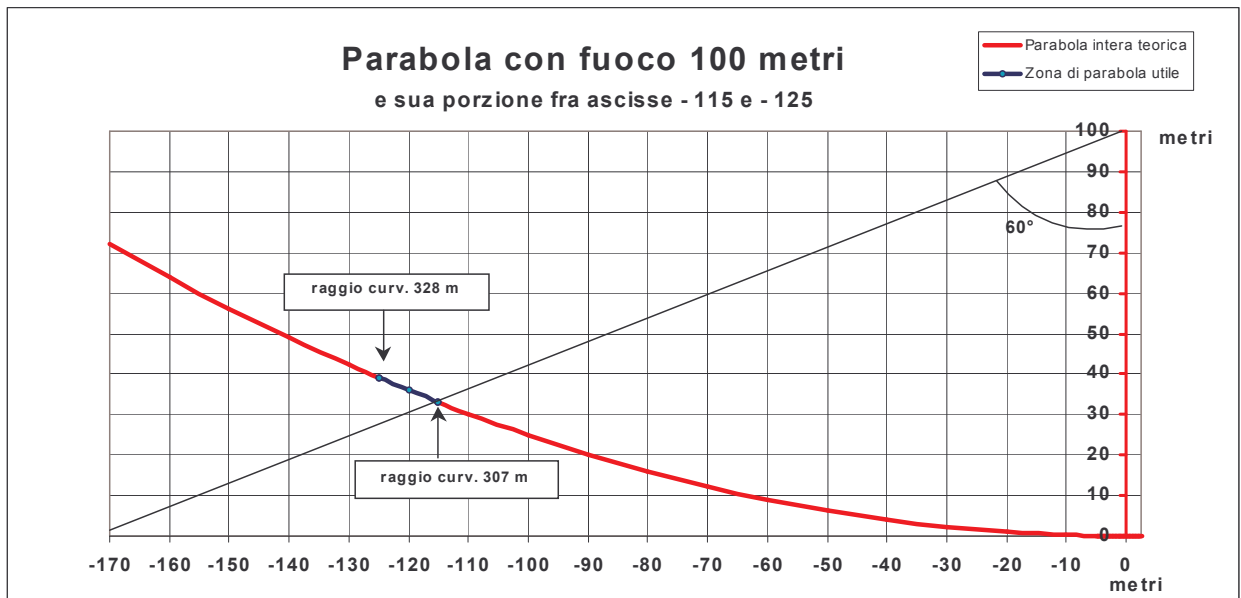


Fig. 35 – Caso in scala, per specchio parabolico con fuoco 100 metri, troncato asimmetricamente, nell'ipotesi di sole alto 60° e obiettivo alla stessa quota altimetrica dello specchio

Un'ultima considerazione pratica escluderebbe, infine, la possibilità di utilizzo degli specchi concavi, sferici o parabolici, completi o troncati asimmetricamente.

Essi, per loro intrinseca costruzione, presentano un fuoco a distanza ben determinata, e l'unico modo di realizzare uno specchio a fuoco variabile sarebbe quello di costruirlo con tasselli elementari da aggiustare opportunamente alla bisogna. Un uso contro un obiettivo mobile, in posizione non nota a priori, avrebbe costretto i siracusani a continui aggiustamenti non facilitati certo dalle ristrette tolleranze di montaggio, come già visto, e dalla mole dello strumento ipotizzato.

E' da immaginare poi che le inevitabili deformazioni per effetto della gravità, delle dilatazioni termiche, etc. siano dello stesso ordine di grandezza delle deformazioni volute per aggiustare il tiro al variare della distanza focale o al variare degli angoli solari.

Dopo aver analizzato le prime due tipologie di specchi (paraboloidi simmetrici e paraboloidi asimmetrici) ed averle ritenute storicamente, geometricamente e tecnologicamente non idonee a rispondere all'interrogativo iniziale sulla fattibilità e verosimiglianza della leggenda degli specchi ustori, rimane da analizzare il caso degli specchi piani indipendenti.

Gli specchi piani non presentano alcuna difficoltà di realizzazione, ed inoltre ne è possibile l'utilizzazione quale macchina incendiaria, qualora siano numericamente distinti e cooperanti verso un unico bersaglio. In tal caso l'insieme degli specchi può non tanto simulare od approssimare in alcun modo la concavità di uno specchio, ma semplicemente agire grazie alla somma di singole azioni elementari.

Ciascuno specchio presenta un fattore di concentrazione solare minore dell'unità⁵, ragion per cui sarà necessario utilizzare un certo numero di specchi singoli, come conseguenza del bilancio termico ed ottico riportato di seguito.

Si ipotizzerà, nella ricostruzione seguente, l'utilizzo di lastre di rame (o di ottone) lucidato, secondo una tecnica già nota nel mondo classico per la realizzazione dei normali specchi domestici. Questo fatto sarà tenuto in debito conto quando si sceglieranno i valori da attribuire ai parametri ottici⁶ e fisici del dispositivo.

Infine la tecnica con specchi piani presenterà la possibilità di realizzare singoli specchi di dimensioni contenute qualsiasi, manovrabili ed indirizzabili rapidamente, da parte di singoli operatori, al comando, per esempio, di un unico capo batteria che potrà modulare, con rapidi ordini verbali, potenza e precisione di fuoco.

Per quanto riguarda le condizioni meteorologiche di partenza per simulare l'esperimento di Archimede, come detto, abbiamo scelto, per evidenti maggiori benefici energetici, una tipica giornata estiva di metà giugno, senza con ciò nulla

⁵ Cioè un singolo specchio piano forma un'immagine solare riflessa di area sempre maggiore di quella dello specchio, e, per distanze molto maggiori alle dimensioni dello specchio, l'impronta solare tende ad una circonferenza il cui diametro, a prescindere dalla forma dello specchio, è di circa 0,932 metri per ogni 100 metri di focalizzazione.

⁶ Fondamentalmente si tratta di stimare il corretto valore della riflettività del materiale utilizzato.

togliere alla fattibilità in altri periodi dell’anno, anche se è ragionevole pensare che, nell’antichità, gli attacchi militari avvenissero preferibilmente con la bella stagione. Scegliendo il giorno 21 giugno, da un modello matematico sviluppato in altri studi, per il sito di Siracusa si sono ricavati i seguenti dati teorici, che non si discostano dai valori sperimentali osservati per un periodo pluriennale nello stesso sito.

Giorno 21 giugno			Da modello matematico				(SIRACUSA)				
data	ora dell'anno	gior. dell'anno	ora del giorno (ora solare)	Costante solare W/m2	Azimut solare gradi	Declin. solare gradi	Cos z	z gradi	Altezza solare gradi	Gor Globale orizz a terra W/m2	DNI Diretta Normale W/m2
				1353						(Quota diffusa = 12%)	
21-giu	4104	172	0	1309.08	180.00	23.450	0.000	90.00	0.00	0.0	0.0
21-giu	4105	172	1	1309.07	164.43	23.450	0.000	90.00	0.00	0.0	0.0
21-giu	4106	172	2	1309.07	150.07	23.450	0.000	90.00	0.00	0.0	0.0
21-giu	4107	172	3	1309.06	137.54	23.450	0.000	90.00	0.00	0.0	0.0
21-giu	4108	172	4	1309.06	126.79	23.450	0.000	90.00	0.00	0.0	0.0
21-giu	4109	172	5	1309.05	117.46	23.450	0.051	87.08	2.92	0.1	1.7
21-giu	4110	172	6	1309.04	109.08	23.450	0.240	76.10	13.90	78.9	288.9
21-giu	4111	172	7	1309.04	101.11	23.450	0.430	64.56	25.44	259.4	531.5
21-giu	4112	172	8	1309.03	92.91	23.450	0.606	52.70	37.30	458.4	665.7
21-giu	4113	172	9	1309.03	83.47	23.450	0.757	40.76	49.24	639.4	742.9
21-giu	4114	172	10	1309.02	70.51	23.450	0.874	29.12	60.88	781.8	787.5
21-giu	4115	172	11	1309.02	47.49	23.450	0.947	18.79	71.21	872.4	811.0
21-giu	4116	172	12	1309.01	0.00	23.450	0.972	13.68	76.32	903.5	818.3
21-giu	4117	172	13	1309.01	-47.49	23.450	0.947	18.79	71.21	872.4	810.9
21-giu	4118	172	14	1309.00	-70.51	23.450	0.874	29.12	60.88	781.8	787.5
21-giu	4119	172	15	1308.99	-83.47	23.450	0.757	40.76	49.24	639.3	742.8
21-giu	4120	172	16	1308.99	-92.91	23.449	0.606	52.71	37.29	458.3	665.6
21-giu	4121	172	17	1308.98	-101.11	23.449	0.430	64.56	25.44	259.4	531.4
21-giu	4122	172	18	1308.98	-109.08	23.449	0.240	76.10	13.90	78.8	288.8
21-giu	4123	172	19	1308.97	-117.46	23.449	0.051	87.08	2.92	0.1	1.7
21-giu	4124	172	20	1308.97	-126.79	23.449	0.000	90.00	0.00	0.0	0.0
21-giu	4125	172	21	1308.96	-137.54	23.449	0.000	90.00	0.00	0.0	0.0
21-giu	4126	172	22	1308.96	-150.07	23.448	0.000	90.00	0.00	0.0	0.0
21-giu	4127	172	23	1308.95	-164.43	23.448	0.000	90.00	0.00	0.0	0.0
			24		-180.00				0.00	0.0	0.0

Fig. 36 – Dati meteorologici solari ricavati da un modello matematico per il sito di Siracusa

In forma di grafico si evidenziano, per le 24 ore della giornata, la radiazione solare globale su piano orizzontale e la corrispondente radiazione diretta normale, quest’ultima alla base delle considerazioni energetiche ed ottiche seguenti.

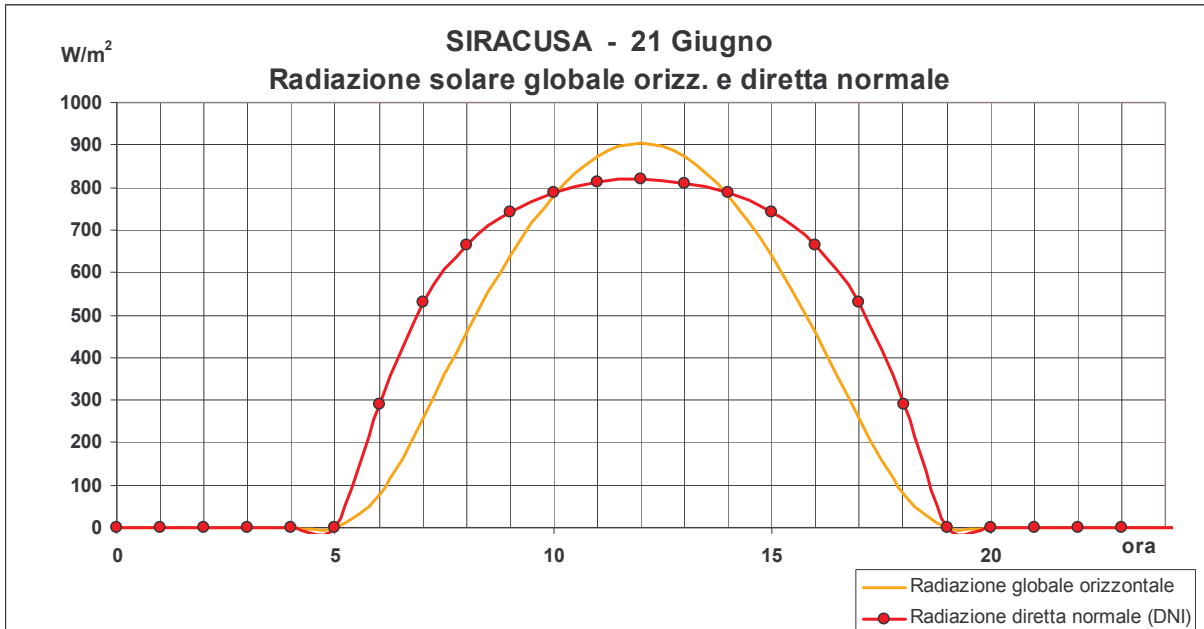


Fig. 37 – Andamento nelle 24 ore del 21 giugno della radiazione solare globale e diretta normale

E’ interessante notare, dal punto di vista dell’astronomia solare, la posizione azimutale del sole che, per le ore che vanno dalle 10 alle 14, presenta una variabilità di +/- 70° attorno alla direzione del Sud. Questa grande variabilità dell’angolo azimutale è tipica del mese di giugno (è massima al solstizio) e permette di poter disporre di varie angolazioni azimutali degli specchi (a seconda dell’orario) rimanendo il solo angolo di inclinazione responsabile dell’angolo totale di incidenza sole/specchi, che pertanto assumerà il minimo valore possibile a tutto vantaggio dell’energia in ingresso.

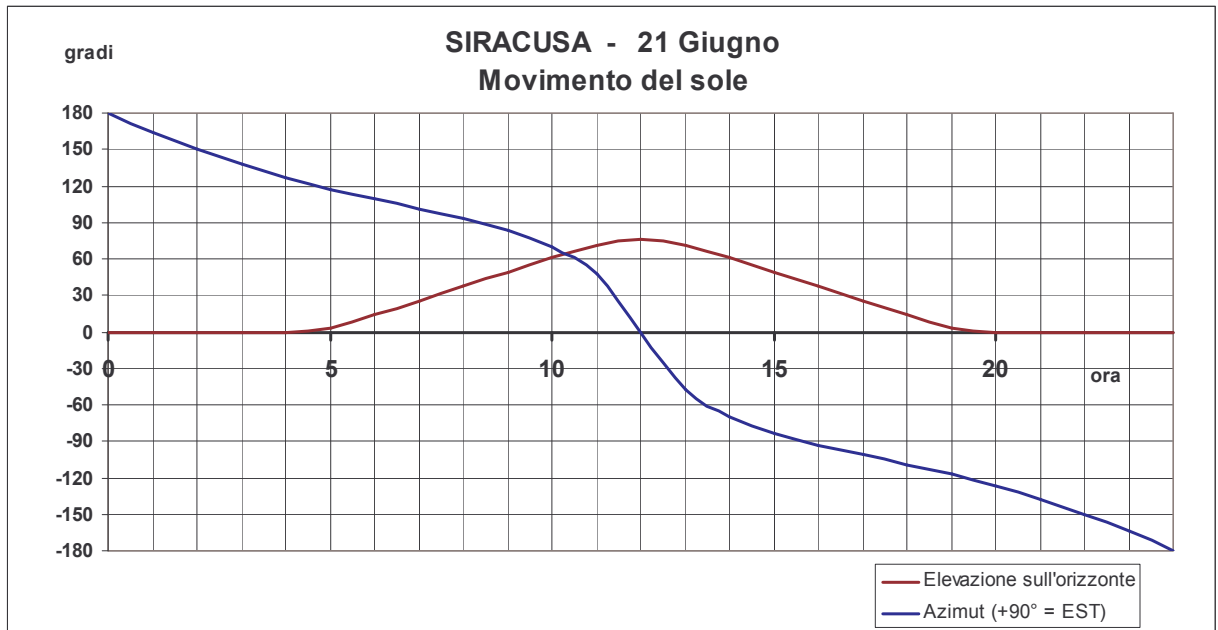


Fig. 38 – Andamento nelle 24 ore del 21 giugno degli angoli solari

In definitiva l'orario di possibile azione degli specchi sarà fissato dalle ore 10 alle ore 14 (solari locali), con una escursione solare schematizzata dai seguenti due schizzi:

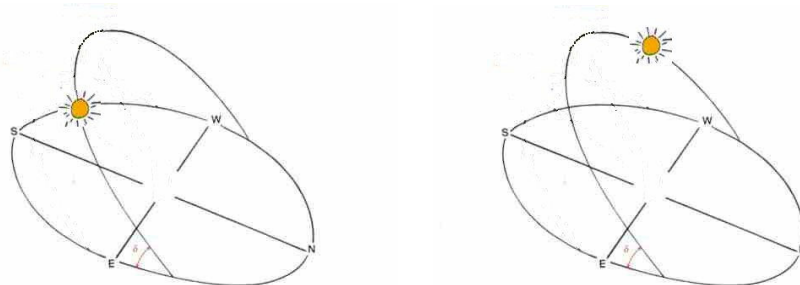


Fig. 39 – Schizzo rappresentativo della posizione solare il 21 giugno, alle ore 10 ed alle ore 14

Quanto sopra si traduce in un raggio di azione per gli specchi archimedei come sotto indicato, dove sono riportate tre fra le possibili ed ipotetiche postazioni utili.

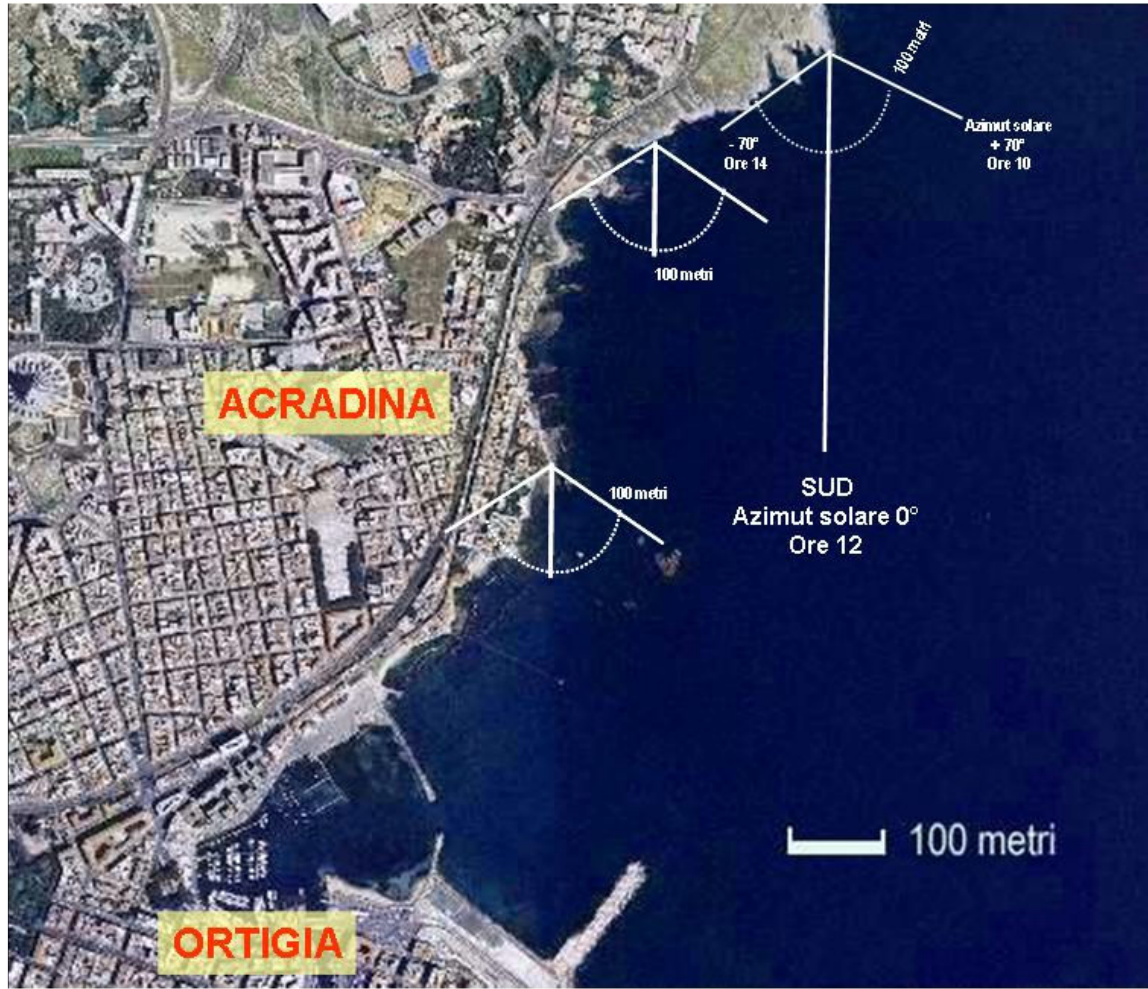


Fig. 40 – Ipotetiche postazioni per gli specchi ustori e loro raggio di azione in funzione delle ipotesi descritte nel testo

Per il calcolo termodinamico è necessario fissare gli angoli e le posizioni reciproche del sole, degli specchi e del bersaglio. Immaginiamo una situazione come quella riportata in fig. 41 che si riferisce alle ore 10 del 21 giugno, ed una distanza di 100 metri; l'altezza della postazione si ipotizza essere di circa 10 metri rispetto alle navi. L'orario delle ore 10 (simmetricamente uguale alle ore 14), pur presentando una radiazione diretta normale leggermente minore di quella relativa alle ore 12, è più avvantaggiata di quest'ultima per la minore altezza solare. Infatti contro un valore di $DNI \cos i = 658 \text{ W/m}^2$ delle ore 10 (utilizzato nel prosieguo della simulazione), alle ore 12 si avrebbe $DNI \cos i = 617 \text{ W/m}^2$; valore comunque notevolmente alto ed adatto pienamente all'impresa.

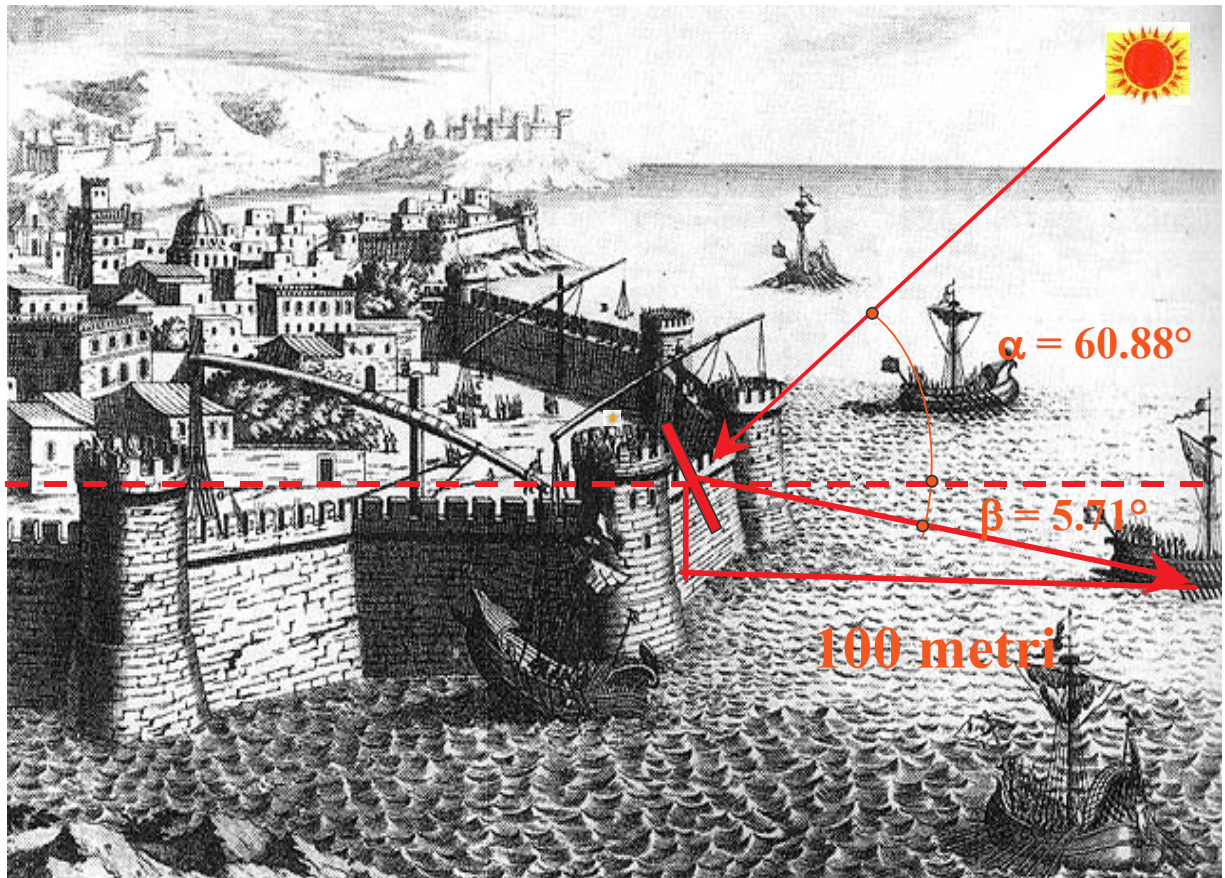


Fig. 41 – Dati geometrici per le ipotesi di calcolo degli specchi ustori di Archimede

Ipotizziamo che il bersaglio sia costituito dal fasciame esterno delle navi della flotta di Marcello, che, per la vicinanza alle mura e per motivi di manovrabilità, ragionevolmente, avranno avuto le vele ammainate.

La flotta di Marcello era costituita da 60 quinqueremi (un quarto della forza navale complessiva di Roma), navi veloci ed agili in alto mare, studiate principalmente per l'abbordaggio e lo speronamento ma difficilmente governabili in spazi ristretti e con problemi di stabilità laterale quando ferme. Ciascuna quinquereme aveva una lunghezza di circa 40 metri, una larghezza di 5, ed aveva un equipaggio complessivo di 420 uomini di cui 270 rematori. Alla sua estremità era presente un rostro bronzeo e spesso, in prua, era montato il cosiddetto “*corvus*” per l'aggancio e l'abbordaggio in mare. Il peso complessivo a pieno carico raggiungeva le 100 tonnellate.

Polibio e Livio ci dicono che otto di queste navi, collegate due a due da un tavolato, erano state adibite al trasporto di una alta struttura turrita lignea (*sambuca*) per

sovrastare le mura di Siracusa e permetterne la conquista. L'uso di queste *sambucae*, associato alla scarsa manovrabilità delle navi potrebbe aver dato ad Archimede delle opportunità di bersagli più facili, più vicini e meno angolati rispetto alla fiancata delle navi stesse.

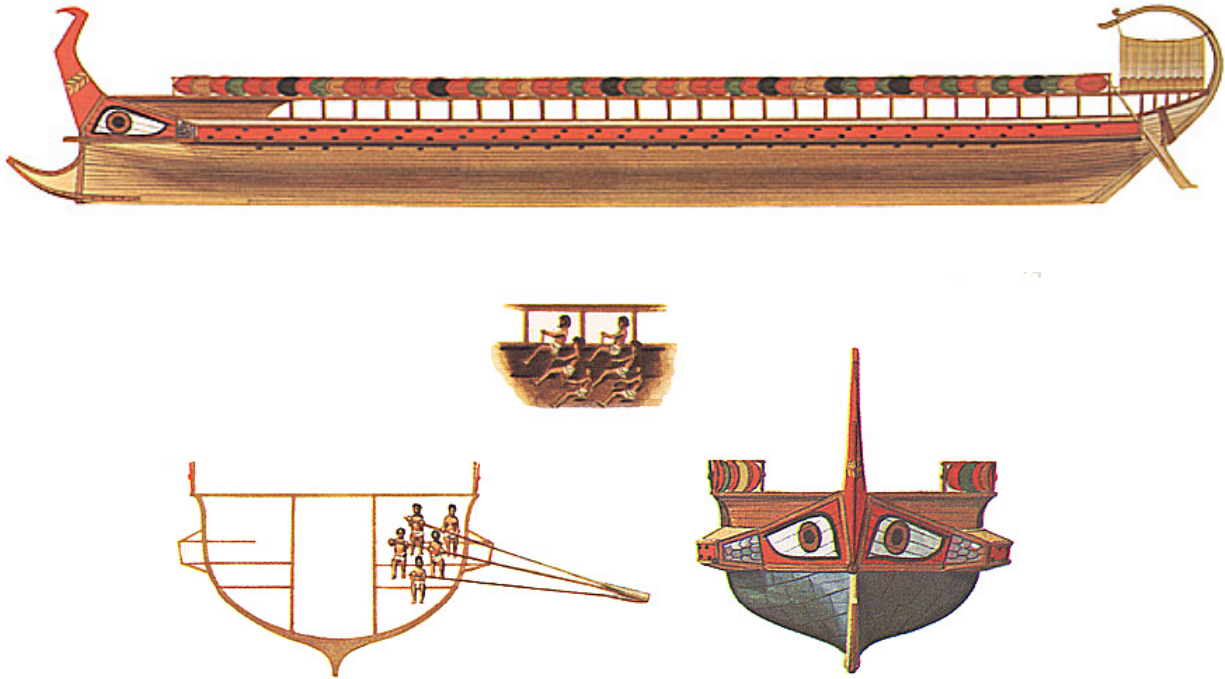


Fig. 42 – Ricostruzione di quinqueremi della flotta romana



Fig. 43 – Ipotesi ricostruttiva dell'uso della “sambuca” trasportata da due quinqueremi

Per il calcolo del rapporto di concentrazione solare necessario ci serviremo di un bilancio termico, imponendo la temperatura desiderata del bersaglio per le date situazioni meteorologiche e geometriche.

Il bilancio termico si basa sull'ipotesi di bersaglio costituito da legno di conifera, di specchi formati da lastre di rame ed assume i dati meteo e geometrici come sopra richiamati.

Il bersaglio si ipotizza essere costituito da una superficie verticale (anziché, per esempio, da una superficie normale alla direzione dei raggi riflessi dallo specchio) in modo da rendere necessario, per il calcolo dell'energia radiante incidente, l'utilizzo del DNI ridotto con il coseno dell'angolo di incidenza, oltre ovviamente le altre riduzioni dovute alla riflettività e agli errori geometrici della superficie specchiante.

Il bilancio termico adottato costituisce una semplificazione del problema per le implicite ipotesi di considerare il legno come un materiale inerte, di immaginare dimensioni tali da poter ritenere nulle le dispersioni di calore attraverso il suo spessore, e di prendere come unico parametro indicatore di combustione la sua temperatura superficiale.

Il legno, sottoposto ad una energia termica, presenta la sua fase di devolatilizzazione⁷ già a partire da circa 250 – 260 °C, con sviluppo di composti gassosi leggeri, frutto della pirolisi della biomassa, che spontaneamente, a quella temperatura, sviluppano ed innescano una combustione, con un processo di autosostentamento per il prosieguo del fenomeno, fino alla formazione ed alla completa combustione del cosiddetto “char”.

Dati sperimentali sulla combustione del legno (quasi identici per tutte le specie arboree) concordano sul fatto che una superficie lignea esposta ad una sorgente termica irraggiante, ed in presenza di aria, comincia la sua combustione sotto forma di punti di innesco, inizialmente scuri, poi sempre più color rosso bruno e senza fiamma, con una temperatura superficiale di circa 250 °C. Questa temperatura (temperatura di autoignizione), con il proseguire della devolatilizzazione, si innalza a seguito della successiva combustione (con fiamme) dei prodotti gassosi, e della combustione ulteriore del char (carbonio) che ne residua.

La presenza di fiamme denota un sicuro sviluppo dei prodotti leggeri e in tale fase la combustione prosegue, autosostenendosi, anche senza ulteriore apporto termico dalla sorgente irraggiante

Il tempo affinché si inneschi la fase di ignizione (formazione di punti con sufficiente sviluppo di volatili) è correlato con l'entità dell'energia radiante incidente sulla superficie, diminuendo all'aumentare di quest'ultima. Sono stati osservati e sperimentati fenomeni di autoignizione del legno con flussi di energia da circa 4 ad oltre 20 KW/m² e corrispondenti tempi di autoignizione che vanno dalle decine di minuti al qualche secondo.

Molto diverso (ma non è questo il caso) è il fenomeno dell'ignizione del legno per mezzo di una fiamma pilota, avendo in questi casi temperature superficiali molto più alte e tempi minori, quasi a parità, con il caso radiante, di flusso di calore.

Il successivo bilancio termico, prescinde comunque, per la sua semplicità, dal fattore tempo.

IPOSTESI DI BILANCIO TERMICO PER CONCENTRATORE A SPECCHI PIANI (quadrati)

Tipo di specchio:= rame, bronzo ... lucidato
Materiale dell'obiettivo: legno di conifera

Data: solstizio estivo
Orario: dalle 10 alle 14 solari
Orientamento azimutale: ad inseg. solare

Distanza focale (bersaglio)	f	100	metri
Disliv. specchio/bersaglio	h	10	metri
Angolo altezza solare su orizz. (ore 10 ed ore 14)	α_{sole}	60,88	
Angolo altezza zenitale sole	$z = 90 - \alpha$	29,12	
Angolo di tilt specchio (inclinazione)	β	62,42	(0° = orizz. 90° = vert.)
Angolo incidenza (normale specchio/raggio sole)	i	33,295	
Irraggiam. Globale orizzontale	GHI	781,8	W/m2
Ipotesi di radiaz. diffusa rispetto alla globale		12	%
Irraggiam. Diretto orizzontale	DHI	688	W/m2
Irraggiam. Diretto Normale	$DNI = DHI/\cos z$	787,5	W/m2
Irragg.Diretto Normale * cos i	$DNI \cos i =$	658,3	W/m2
Rapp.concentraz. (A/Ar)	C =	16	m2/m2
Rendimento totale termico (Qu/DNI)	$\eta_{\text{th}} =$	0	Cioè nessun utilizzo del calore
Potenza termica utile (η_{th} DNI)	$Q_{\text{ut}} =$	0	W/m2
Temperatura ambiente	T_a	25	°C
Temperatura ricevitore (desiderata)	T	280	°C
Costante di Boltzmann	σ	5,67E-08	W/m2K4
Rendimento mecc.,geom., rifl.e pulizia specchi	$\eta_{\text{sp}} =$	0,7	
Assorbanza spettro solare ricevitore	$\alpha =$	0,92	
Rendimento ottico specchi ($\eta_{\text{sp}} * \alpha$)	$\eta_{\text{opt}} =$	0,644	
Emittenza infrarosso ricevitore (200 - 300 °C)	$\varepsilon =$	0,85	
Coef. convezione/conduzione ricevitore	h =	9	W/m2 K (Quasi assenza di vento)

⁷ Decomposizione termica dei composti del legno in gas (H₂, CO, CO₂, etc.) e composti organici leggeri”

Il bilancio termico, come meglio richiamato in altro mio lavoro tecnico, è rappresentato dalla seguente equazione:

$$\text{DNI} \cos i = (1 - S \rho \tau \alpha) \text{DNI} \cos i + (1/C) \varepsilon \sigma T^4 + (1/C) h (T - T_a)$$

Dove il significato dei simboli è il seguente:

- DNI : Radiazione diretta normale (Direct Normal Irradiation)
- i : Angolo di incidenza fra raggio solare e normale al piano dello specchio
- S : Coefficiente riduttivo “Spillage” per fattori geometrici
- ρ : Riflettanza della superficie specchiante
- τ : Trasmissanza dell’eventuale copertura trasparente (qui assente - $\tau = 1$)
- α : Assorbenza del campo dello spettro solare della superficie del ricevitore
- C : Rapporto di concentrazione⁸
- ε : Emissività della superficie ricevente (nel campo 200 – 300°C)
- σ : Costante di Boltzmann
- T : Temperatura di regime del ricevitore
- T_a : Temperatura ambiente
- h : Coef. unico per convezione e conduzione termica del ricevitore

Ponendo un rapporto di concentrazione **C = 16**, la sua soluzione grafica ci restituisce una temperatura di regime di circa 280 °C, ampiamente soddisfacente per gli scopi prefissati.

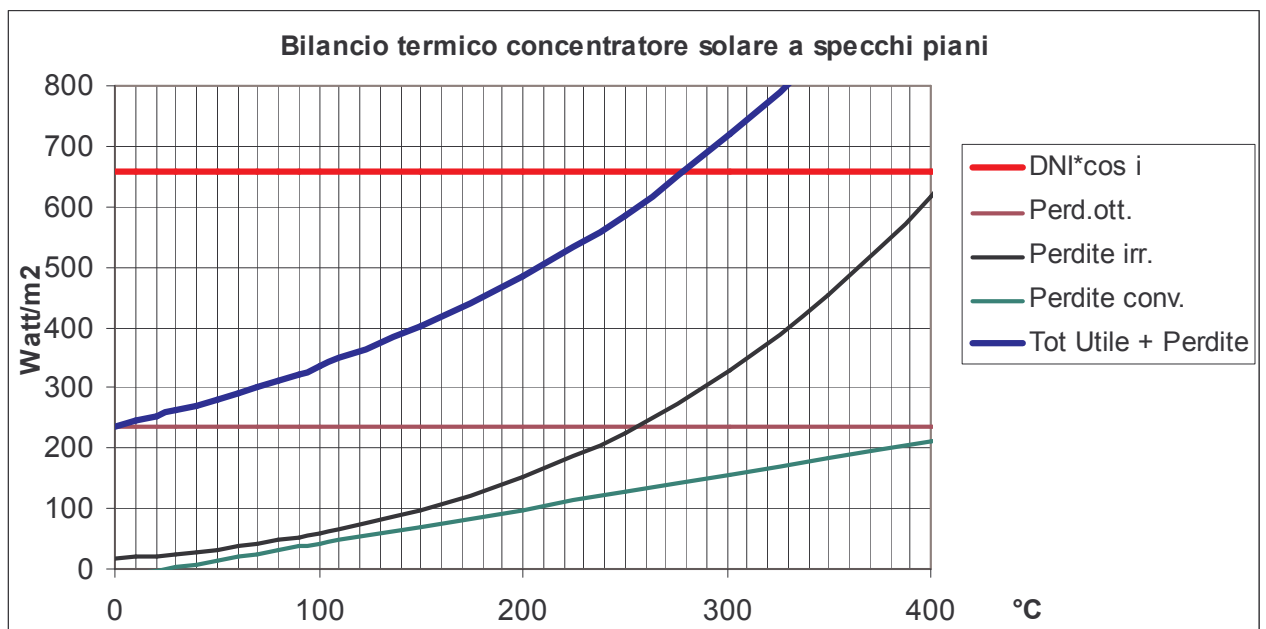


Fig. 45 – Andamento grafico delle grandezze relative al bilancio termico con concentrazione solare uguale a 16

⁸ Si chiama “rapporto di concentrazione” il rapporto fra la superficie di captazione dell’energia solare e la superficie del ricevitore

In conseguenza, utilizzando il legame fra rapporto di concentrazione e superficie degli specchi (ovvero loro numero, se ognuno di dimensioni fissate), si conclude che con tali ipotesi sono sufficienti **50 – 60 specchi** elementari da **1 m²** ciascuno.

Assumiamo un numero di specchi uguale a 60, per le maggiorazioni richieste dalle approssimazioni insite nella schematizzazione termo-ottica precedente. Fra le approssimazioni adottate una fondamentale risiede nel fatto di aver supposto tutti gli specchi geometricamente co-presenti nello stesso punto e di aver immaginato la macchia solare teorica frutto di intersezione del cono dei raggi solari con un piano perfettamente normale alla sua direzione centrale. Si può comunque dimostrare⁹ che queste approssimazioni, con i numeri di cui stiamo trattando, non incidono per più di qualche %.

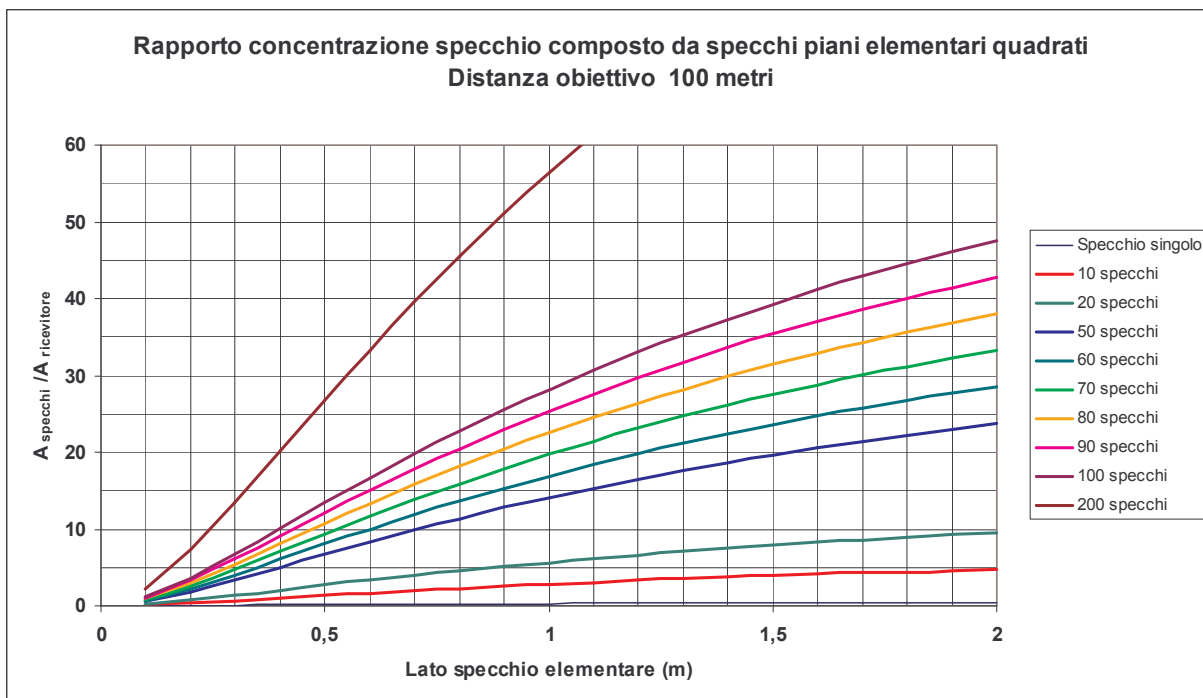


Fig. 46 – Relazione fra rapporto di concentrazione e dimensioni elementari degli specchi piani

I 60 specchi, posti lungo la linea di costa, 30 più a Nord e 30 più a Sud dello specchio centrale, sono agevolmente sostenibili a mano da altrettanti soldati (ragazzi o bambini coinvolti nel “gioco” da Archimede?) e singolarmente orientabili con un

⁹ Si rimanda ad altro lavoro, più specialistico, sull’argomento

ingegnoso sistema di mira che sopperisce alla difficoltà di individuare, ciascuno, la propria macchia solare, specie se in presenza di una notevole luminosità dell’obiettivo già collimato da parte di altri specchi.

Il funzionamento di questo dispositivo di mira si basa su un piccolissimo foro nella parte centrale dello specchio e su di una superficie specchiante anche sulla sua faccia posteriore.

L’operatore traguarda l’obiettivo attraverso il foro e contemporaneamente vedrà, tramite lo specchio posteriore, l’impronta di un raggio solare (un puntino luminoso) che lo colpisce, per esempio, sulla guancia, naso, etc.. Egli dovrà orientare lo specchio in modo tale da fare sparire tale immagine del punto luminoso sul suo viso, cioè in altre parole dovrà far sì che tale puntino luminoso sia in coincidenza della sua pupilla.

Con questo appostamento il raggio di sole centrale riflesso dallo specchio colpirà l’oggetto tragguardato dal foro, e con estrema rapidità esso potrà essere inseguito, e tenuto sotto mira, nel caso non fosse fermo.

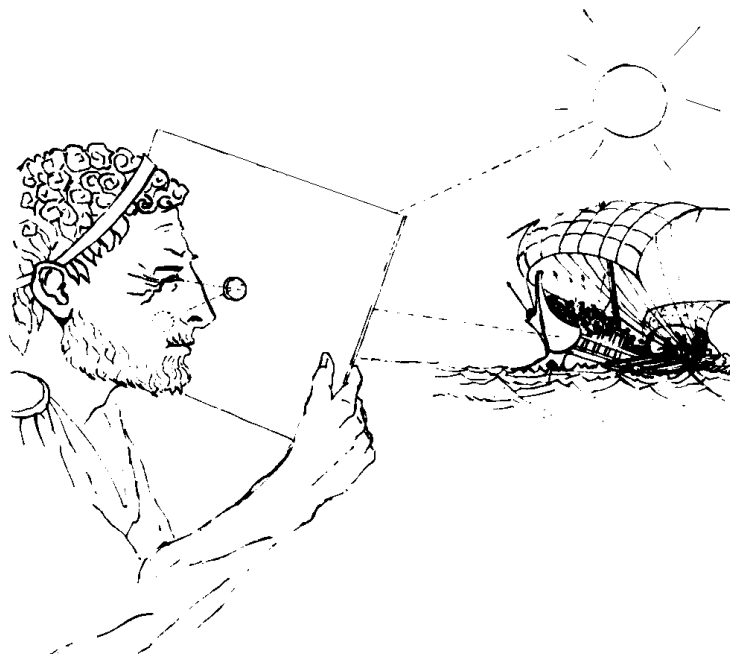


Fig. 47 – Dispositivo di puntamento solare



Fig.48 – Dispositivo moderno di segnalazione solare

Il dispositivo descritto, più complicato a descriverlo che ad usarlo, trova attualmente ampio spazio, per esempio, come strumento di segnalazione associato ai kit di sopravvivenza per usi marini, scoutistici o di escursionismo in genere: con modeste dimensioni dello specchio si garantisce la visibilità del segnale solare riflesso fino a diversi chilometri.

Un dispositivo del genere era in uso durante la guerra di secessione americana, in alternativa al telegrafo, con il nome di eliostato per segnalazioni.

Esperienze recenti sull’esperienza degli specchi ustori

Alla luce delle considerazioni energetiche e tecnologiche precedenti, a prescindere da un giudizio strettamente storico, si ritiene di poter concludere che l’impiego dell’energia solare a concentrazione per usi bellici, come tramandatoci dalla tradizione degli specchi ustori di Archimede, ha una valenza di fattibilità, se condotto con l’impiego di numerosi specchi piani.

Potrà essere messa in dubbio l’efficacia di una tale azione e l’eventuale bilancio costi benefici, al limite anche la sua reale e fisica attuazione, ma, come con gli esperimenti virtuali di Galileo sulla caduta dei gravi dalla torre di Pisa, non la sua solidità teorica e scientifica.

Archimede, come tutti gli scienziati del tempo antico (filosofi naturali), era più interessato alla risoluzione del problema, alla teoria della geometria e dell’ottica, piuttosto che alla “vile” messa in opera di congegni meccanici; la meccanica (come ci ricorda la sua etimologia) era vista come un artificio, un inganno nei confronti delle leggi naturali universali.

Però noi oggi siamo tutti “meccanici”; anzi una teoria non è valida se non è verificabile sperimentalmente, quante volte si vuole e da parte di operatori diversi. In questo contesto appare quindi naturale rammentare qualche moderno esperimento condotto in merito alla fattibilità di quanto abbiamo fin qui discusso.

Il 6 novembre 1973 presso il Palaska Training Centre, nell’isola di Salamina, in Grecia, l’ing. Iannis Sakkas ed il prof. Evenghelos Stamatis, un’importante storico di Archimede, hanno condotto un esperimento con 50 specchi piani di vetro rivestito posteriormente di bronzo lucidato.

Dalle notizie giornalistiche (N.Y. Times del 11/11/73) e dal rapporto dello storico Stamatis (“*The burning mirror of Archimedes*” – Atene, 1982) apprendiamo che i 50 specchi, di dimensioni circa 0,5 x 2 metri, erano tenuti ed orientati da altrettanti marinai della marina greca, scagliati sulla riva di un braccio di mare a 55 metri di distanza da una imbarcazione lignea che fungeva da bersaglio.

In pochi secondi il legno della barca ha cominciato a carbonizzarsi e in due minuti si sono sviluppate evidenti le fiamme. Purtroppo non si possiedono altri dati, come l’orario, l’orientamento specchi-sole, o le condizioni meteorologiche; è notevole comunque rilevare che si trattava di novembre



Fig. 49 – Esperimento con specchi ustori a Salamina, nel 1973

Un altro esperimento simile è stato condotto dall’ing. Peter Richter e dal fisico Jorg Bucholtz nel settembre del 2002 in Germania ad Osnabruck, Bramsche-Kalkriese, in occasione del convegno denominato “*Myths and Magic*”.

Esso è consistito nel portare a combustione le vele di un’imbarcazione alla distanza di 50 metri per mezzo della concentrazione solare di 500 specchi della dimensione di 45 x 45 cm, manovrati da altrettante persone.

Non è stato possibile conoscere maggiori dettagli, specialmente sulla qualità degli specchi utilizzati e sul tipo di bersaglio considerato. Come osservazione giova calcolare la superficie totale degli specchi utilizzati, circa 101 m², in Germania a settembre, contro i circa 60 m² che sarebbero bastati ad Archimede in Sicilia a giugno.

Conclusioni

Per concludere non ritengo tecnicamente impossibile l'uso degli specchi ustori da parte di Archimede, purché si abbandonino le ipotesi di specchi concavi, parabolici o di altra foggia, come invece per secoli tramandato e fantasticamente raffigurato in tutta l'iconografia collegata al grande scienziato.

L'uso di più specchi piani, non rigidamente connessi ad un unico supporto, sembra la modalità più spontanea per un tale avventura; avventura che Archimede potrebbe, però, aver snobbato, considerandola con insofferenza come vile lavoro meccanico. D'altra parte ricordiamo che anche le altre macchine archimedee più storicamente certe, come la “*manus ferrea*”, non sono direttamente citate in opere attribuibili ad Archimede.

Dice di lui Plutarco (*Vita di Marcello*, 14):

“Le invenzioni meccaniche furono considerate da Archimede come un semplice diversivo giocoso, e per quanto gli procurassero immensa celebrità, non le riteneva degne di essere tramandate mediante opere scritte.”

L'immagine di Archimede volgarizzata ancora oggi presso il grande pubblico¹⁰ è invece sempre stata legata a vicende curiose e geniali (l'Eureka!, la corona aurea di Dionigi, etc.) piuttosto che alla sua produzione più squisitamente scientifica.

Ed allora, come la descrizione della “*manus ferrea*”, una sorta di leva con un uncino in grado di sollevare una nave, sembra essere un atto di omaggio, da parte degli ammiratori del genio siracusano, nei confronti delle sue ricerche teoriche nel campo della leva e dei principi di idraulica, anche gli specchi ustori potrebbero aver subito le stesse vicende ed essere frutto della riverente ammirazione per i suoi studi di geometria e di ottica.

¹⁰ Si veda anche la contaminazione storica perpetrata da Walt Disney nella geniale figura di Archimede Pitagorico, talmente ben riuscita da mettere in difficoltà le conoscenze storiche di molti ragazzi.

Certamente, però, nonostante la dimostrata fattibilità tecnica, il buon senso pone altri inquietanti interrogativi che continuano a far rimbalzare l'avventura di Archimede fra il “*verosimile*” ed il “*vero*”, fra il “*fattibile*” ed il “*fatto*”.

Che danno avrebbe potuto arrecare Archimede ?

La combustione del legno non è esplosiva, l'ignizione si presenta in tempi dell'ordine dei secondi o decine di secondi, l'eventuale fronte di combustione avanza con estrema lentezza, circa 1 cm al minuto, ed inoltre la zona da cui sarebbe partita la combustione è di larghezza inferiore al metro. Alle prime avvisaglie non sarebbe bastata una buona secchiata di acqua di mare ?

L'attacco multiplo, verso la stessa nave, con più zone di combustione contemporaneamente, avrebbe imposto un uso di mano d'opera con un fattore moltiplicativo di almeno 50 per ogni obiettivo, senza parlare dello spazio fisico necessario sulle mura di Siracusa.

Ed ancora, che bisogno c'era, militarmente parlando, di una siffatta arma, macchinosa, ingombrante, con funzionamento discontinuo ed aleatorio in funzione della presenza del sole e di opportune posizioni geodetiche, quando erano disponibili le più sicure e collaudate frecce incendiarie?

Non è da mettere in dubbio, invece, la potenzialità di tale arma di difesa per arrecare danno non alle cose ma agli uomini, abbagliandoli o causando loro pericolose ustioni, anche servendosi di un numero minore di specchi, con maggiore immediatezza e minor rispetto dei parametri meteorologici e geometrici.

Per concludere piace sottolineare il forte impatto di questa tradizione sull'immaginario collettivo, riportando alcuni fotogrammi tratti dal film “**Cabiria**”, film in bianco e nero, muto, di 123 minuti, realizzato nel 1914 dalla Itala Film di Torino.

Il film è stato diretto da Giovanni Pastrone e scritto da Gabriele D'Annunzio.

Da notare che la forma e la configurazione dello specchio è concorde a quanto riportato dalle fonti bizantine del XII secolo: specchio esagonale e formato da specchietti elementari. Inoltre la sua posizione e le immagini delle navi in fiamme, in

altre immagini del film qui non riportate, sono fedeli alle distanze citate nelle stesse fonti: “ad un tiro di arco”.

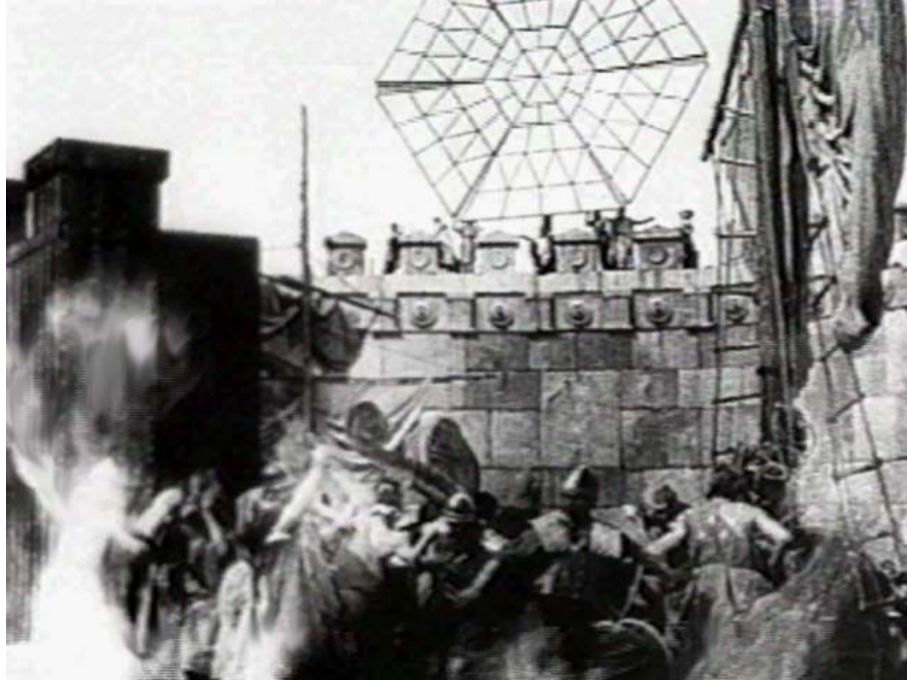


Fig. 50 – Fotogramma dal film “Cabiria” – 1914

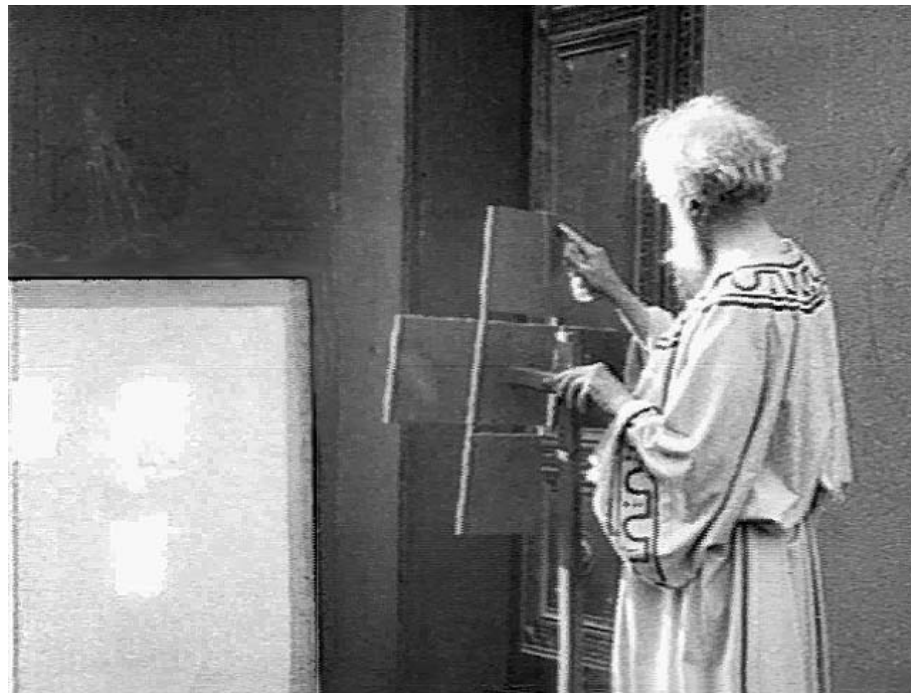


Fig. 51– Fotogramma dal film “Cabiria” - 1914